PART2 万有引力による位置エネルギー

目標　万有引力による位置エネルギーを確認しましょう。

Chapter1　万有引力による位置エネルギー

万有引力による位置エネルギー

万有引力は**保存力**ゆえ，**位置エネルギー**を定義できる。(つまり，万有引力による仕事は**位置エネルギーの差**として計算できる)

重要
万有引力は保存力なので，位置エネルギーを定義できます。

質量 m の物体 A が，質量 M の物体 B から距離 r の位置にいるとき，物体 B から受ける万有引力による位置エネルギーは

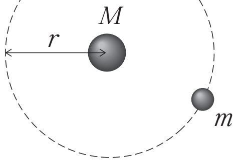
重要
万有引力定数の値は
$G = 6.67 \times 10^{-11}$[N・m^2/kg^2]

[単位：J]

(U：位置エネルギー [J]　G：万有引力定数 [N・m^2/kg^2]
m，M ：質量 [kg]　　r：距離 [m]　)

覚えておこう
物体の大きさを考慮する場合，その質量は物体の**中心に集中**していると考えます。

※基準は無限遠点



覚えておこう
無限遠点とは，質量 M の物体から十分に離れて，その影響が 0 とみなせるくらい遠い点のこと。

力学的エネルギー保存則

（ v：速さ [m/s]　G：万有引力定数 [N・m^2/kg^2]

m, M ：質量 [kg]　　r：距離 [m]　）

まとめ

$$U=-G\frac{Mm}{r}$$

Chapter2　演習問題

地球の質量を M，地球の半径を R，重力加速度を g，万有引力定数を G とする。第 2 宇宙速度（地表を出発した物体が地球からの万有引力を振り切って無限遠方へ飛んでいくために，地表で与える初速度の最小値）を考える。

問 1　第 2 宇宙速度を M，R，G を用いて表せ。

問 2　第 2 宇宙速度を g，R を用いて表せ。

< Note >

第 6 講　PART2　確認問題

問 1　地表から質量 m の小物体を地表に垂直に初速度 v_0 で打ち上げる。地球は半径 R の完全な球であるとし，地球の質量を M，万有引力定数を G，地表での重力加速度の大きさを g とする。

(1)　地表における小物体の万有引力による位置エネルギーとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $G\dfrac{Mm}{R}$　　② $-G\dfrac{Mm}{R}$

③ $G\dfrac{Mm}{R^2}$　　④ $-G\dfrac{Mm}{R^2}$

(2)　小物体が地表から $3R$ 離れた位置における万有引力による位置エネルギーとして最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $G\dfrac{Mm}{4R}$　　② $-G\dfrac{Mm}{4R}$

③ $G\dfrac{Mm}{16R^2}$　　④ $-G\dfrac{Mm}{16R^2}$

(3)　小物体が地表から $3R$ 離れた位置に到達するための v_0 の最小値として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $\sqrt{\dfrac{gR}{2}}$　　② $\sqrt{gR}$

③ $\sqrt{\dfrac{3gR}{2}}$　　④ $\sqrt{2gR}$

(4)　小物体が無限遠に到達するための v_0 の最小値（第 2 宇宙速度）として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $\sqrt{\dfrac{gR}{2}}$　　② $\sqrt{gR}$

③ $\sqrt{\dfrac{3gR}{2}}$　　④ $\sqrt{2gR}$

< Note >

第６講　万有引力

PART1　万有引力

問１ $\sqrt{\dfrac{GM}{R}}$

問２ $\sqrt{gR}$

PART2　万有引力による位置エネルギー

問１ $\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$

問２ $\sqrt{2gR}$

PART3　ケプラーの法則

問１ $\dfrac{5}{2}$ 倍

問２ ８年

第 6 講　PART2　確認問題　解答

問 1

(1)　②

解説：

地球の中心から R だけ離れた位置における万有引力による位置エネルギーは

$$U = -G\frac{Mm}{R}$$

(2)　②

解説：

地球の中心から $R+3R=4R$ だけ離れた位置における万有引力による位置エネルギーは

$$U = -G\frac{Mm}{4R}$$

(3)　③

解説：

地球の中心から $R+3R=4R$ だけ離れた位置に到達したときに小物体の速さが 0 となる場合を考えると，エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2 - G\frac{Mm}{R} = 0 - G\frac{Mm}{4R}$$

これを解いて $v_0 = \sqrt{\dfrac{3GM}{2R}}$

$GM=gR^2$ であるから $v_0 = \sqrt{\dfrac{3gR^2}{2R}} = \sqrt{\dfrac{3gR}{2}}$

(4)　④

解説：

無限遠に到達したときに小物体の速さが 0 となる場合を考えると，無限遠において万有引力による位置エネルギーは 0 であるから，エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mv_0{}^2-G\frac{Mm}{R}=0$$

これを解いて $v_0=\sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$

$GM=gR^2$ であるから $v_0=\sqrt{\dfrac{2gR^2}{R}}=\sqrt{2gR}$